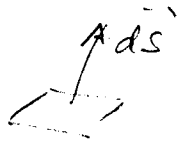


Lei de Gauss

Fluxo de um campo vetorial através de uma superfície

$$d\phi = \vec{E} \cdot d\vec{S}$$

$d\vec{S}$ = vetor área



$|d\vec{S}| = dS$ = área do elemento superficial

Direção: $\perp$ à superfície

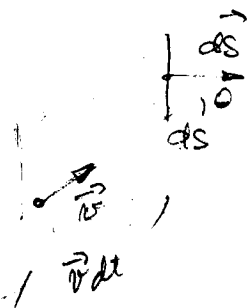
Sentido: para superfícies fechadas, de dentro para fora



Se a superfície é aberta é arbitrário

Mede a "quantidade" de campo (linhas de campo) que atravessa a superfície dS

Análise a variação (campo de velocidade) de um fluido

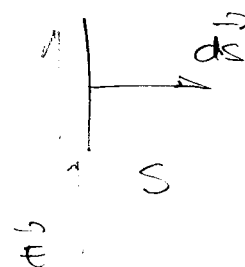


Em dt , todas as partículas que estão dentro do volume do prisma com base dS e geratriz $v dt$ atravessam a superfície (e apenas esta)

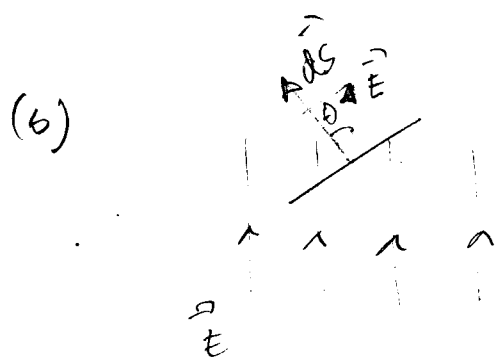
$$dV = \vec{v} \cdot d\vec{S} dt = \text{volume do fluido}$$

que passa através de $d\vec{S}$ (fluxo ou variação) por unidade de tempo $dV/dt = \vec{v} \cdot d\vec{S}$

Vamos explorar um pouco esta definição de fluxo

(a)  $\vec{E}$ tangente à superfície $\Leftrightarrow$
 $\vec{E} \cdot d\vec{S} = 0$
 $d\phi = 0$

OK. $\vec{E}$ não atravessa a superfície nesse caso, ou seja, o fluxo de $\vec{E}$ através de $d\vec{S}$ é de fato nulo.



A área está inclinada em relação ao campo.

A componente de $\vec{E} \parallel$ à superfície não deve contribuir para o fluxo.

No caso o ângulo entre $\vec{E}$ e $d\vec{S}$ é $\theta \Rightarrow \vec{E} \cdot d\vec{S} = E dS \cos \theta$

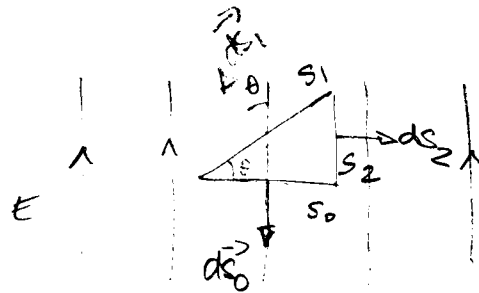
$E \cos \theta$ = componente de $\vec{E}$ na direção de $d\vec{S}$, ou seja, na direção $\perp$ à área em questão.

$$d\phi = \underbrace{E \cos \theta}_{\text{componente de } \vec{E} \text{ na direção } \perp \text{ à sup.}} dS$$

O.K.

componente de $\vec{E}$ na direção $\perp$ à sup.

c) Campo uniforme, superfície fechada.



Fluxo através de S_1

$$d\phi_{S_1} = E \cos \theta dS_1$$

Fluxo através de S_2

$$d\phi_{S_2} = 0 \quad \vec{E} \perp \vec{dS_2}$$

Fluxo através de S_0 : $d\phi_{S_0} = -E dS_0$

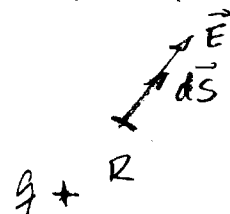
Note que $dS_0 = dS_1 \cos \theta \Rightarrow d\phi_1 = -d\phi_0$

Fluxo total $d\Phi = d\phi_0 + d\phi_1 + d\phi_2 = d\phi_0 + d\phi_1 = 0$

OK - Tudo que entra sai

Caso 1: Fluxo de campo elétrico produzido

por uma carga pontual + através
de uma superfície esférica de raio R
contendo na carga.



$$d\Phi = \vec{E} \cdot d\vec{s} = E ds$$

4.4
ao longo dessa superfície e
o campo E não varia
em módulo

$$\Phi = \int d\Phi = \int E ds = E \int ds = ES = E 4\pi R^2$$

como feito sobre todos os elementos de área que compõem
a superfície esférica

$$\Phi = \frac{kq}{R^2} 4\pi R^2$$

$E = kq/R^2$
sobre a superfície
de raio R

$$= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} q 4\pi \Rightarrow \boxed{\Phi = \frac{q}{\epsilon_0}}$$

independente do raio da superfície
esférica

2. Fluxo através de elementos de área de superfícies esféricas concêntricas, centradas em q .



$$d\phi_1 = E_1 dS_1$$

$$d\phi_2 = E_2 dS_2$$

$$E_1 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q^2}{R_1^2}$$

$$E_2 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q^2}{R_2^2}$$

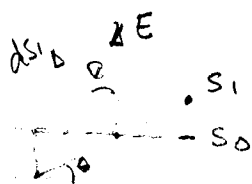
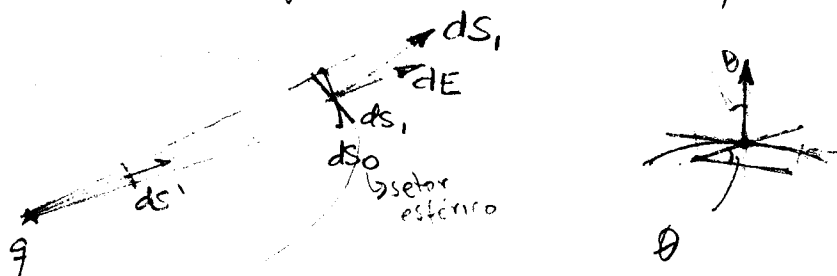
$$\frac{d\phi_1}{d\phi_2} = \frac{E_1}{E_2} \frac{dS_1}{dS_2} ; \quad \frac{E_1}{E_2} = \frac{R_2^2}{R_1^2}$$

$$\left. \begin{aligned} dS_1 &= R_1^2 \sin\theta d\phi d\psi \\ dS_2 &= R_2^2 \sin\theta d\phi d\psi \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{dS_1}{dS_2} = \frac{R_1^2}{R_2^2}$$

$$\Rightarrow \frac{d\phi_1}{d\phi_2} = 1 \rightarrow \frac{d\phi_1}{d\phi_2} \quad \checkmark$$

3. Vamos distorcer a porção na superfície

4.6



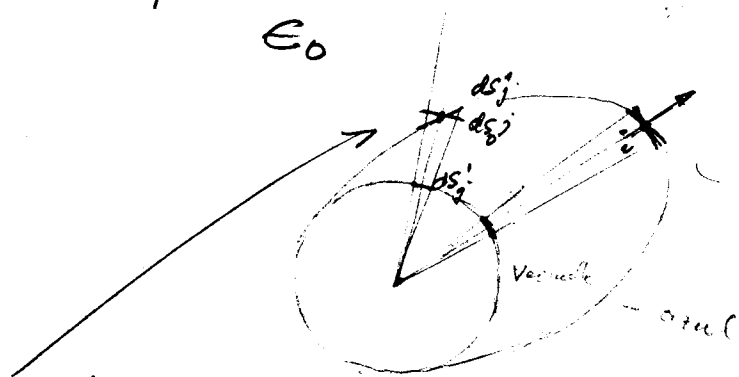
$$d\phi_0 = E ds_0$$

$$d\phi_1 = E ds_1 \cos \theta$$

$$d\phi_1 = d\phi_0 \text{ pois } ds_0 = ds_1 \cos \theta$$

Com o resultado anterior $d\phi_{S_0} = d\phi_{S_1} \Rightarrow$

$$\phi_{S_1} = \frac{q}{\epsilon_0}$$

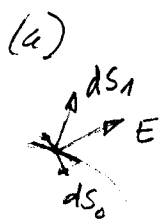
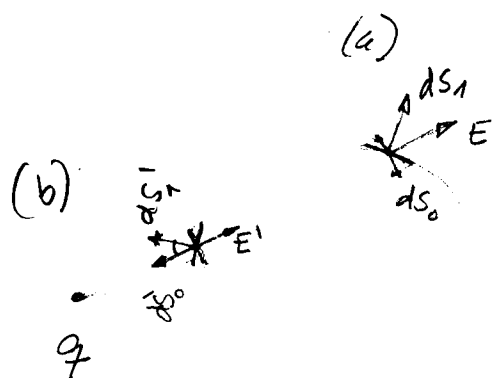


$$ds_1^1 = ds_1^0$$

$$d\phi_{S_1^1} = d\phi_{S_1^0} = d\phi_{S_1^1}$$

$$ds_j^1 = ds_j^0$$

$$d\phi_{S_j^1} = d\phi_{S_j^0} = d\phi_{S_j^1}$$



$$d\phi_1^{(a)} = \vec{E}^{(a)} \cdot d\vec{S}_1 = E^{(a)} dS_1 \cos \theta_1^{(a)} = d\phi_0^{(a)}$$

$$d\phi_0^{(a)} = -d\phi_0^{(b)}$$

$$d\phi_0^{(b)} = d\phi_1^{(b)}$$

Portanto, ϕ através de S é nulo!

Lei de Gauss

$$\frac{\Phi}{S} = \frac{q}{\epsilon_0} \quad \text{onde } q \text{ é a carga}$$

no interior do volume delimitado pela superfície

$$\phi = \oint \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{q}{\epsilon_0}$$

fluxo através de qq superfície fechada S

$q \equiv$ carga no volume delimitado por S

Condutor isolado em equilíbrio eletrostático.

1. Campo no interior do condutor deve ser nulo
2. Excesso de carga flui para a superfície externa do condutor

